

Для измерения реактивных сопротивлений – емкостей и индуктивностей – так же как и для измерения омических сопротивлений, широко применяют мостовые схемы. Естественно, что для измерения реактивных сопротивлений необходимо пользоваться переменным током. При этом метод измерения в основных чертах напоминает мостовые методы измерения омических сопротивлений на постоянном токе, но есть и существенные различия.

Главное из них – наличие двойной регулировки – для того, чтобы привести мост в равновесие, нужно изменять по крайней мере два различных схемы. Необходимость этого вытекает из свойств переменного тока: отсутствие разности потенциалов между двумя какими-либо точками схемы означает равенство потенциалов в этих точках, как по амплитуде, так и по фазе. В соответствии с этим и нужно иметь обязательно две степени свободы для регулировки моста. При этом оказывается, регулировку моста не удастся провести сразу, сначала меняя один параметр до нужного значения, а затем второй – до полного баланса.

Чтобы разобраться в причинах этих особенностей и уяснить себе методику последовательных приближений, проследим за изменением потенциалов узловых точек схемы при изменении переменных параметров. Проще всего это сделать с помощью векторных диаграмм.

Одна из возможных схем моста переменного тока изображена на рис. 1.

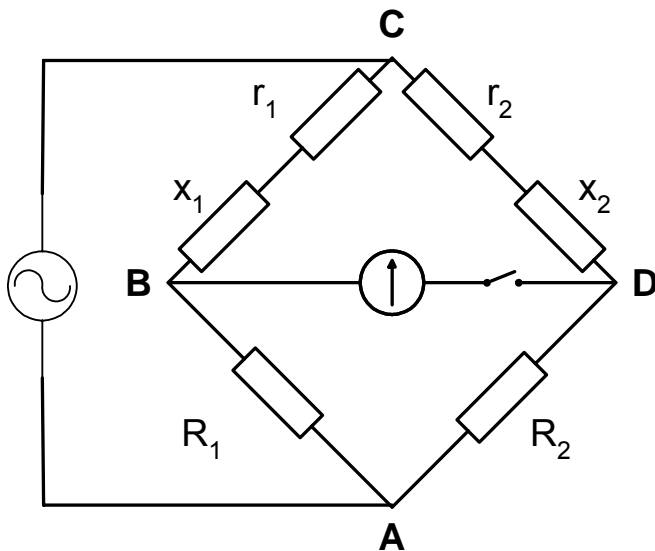


Рис. 1

Здесь x_1 и x_2 – сравниваемые реактивные сопротивления, R_1 и R_2 – сопротивления «плеч отношения», а r_1 и r_2 – активные сопротивления в плечах с реактивностями. Полные

сопротивления (импедансы) плеч CB и CD обозначим через z_1 и z_2 , а фазовые углы этих импедансов через φ_1 и φ_2 .

Импеданс равен $z_1 = \sqrt{r_1^2 + x_1^2}$, а фазовый угол определяется из соотношения

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = x_1 / r_1 . \quad (1)$$

Импеданс z_2 и угол φ_2 определяется аналогично.

Когда ключ в диагонали индикатора разомкнут, мост представляет собой совокупность двух параллельно включенных ветвей ABC и ADC. Если разность потенциалов между точками В и D равна нулю, то при замыкании ключа тока в цепи индикатора не возникает – мост сбалансирован.

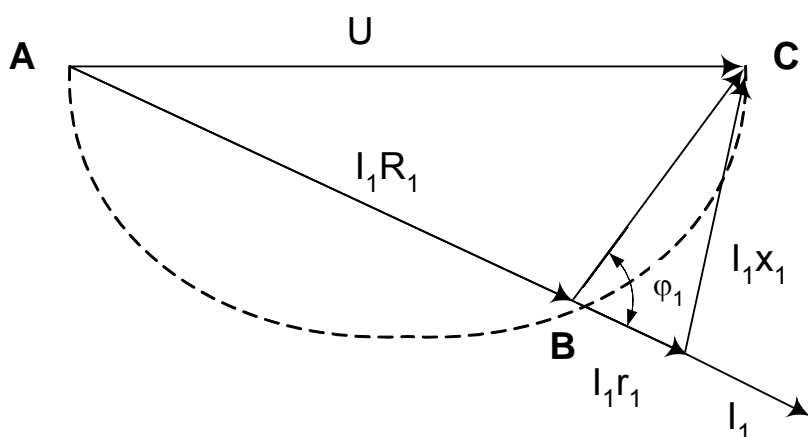


Рис. 2

На рис. 2 показана векторная диаграмма ветви ABC. Вектор \vec{U} изображает приложенное к мосту напряжение, \vec{I}_1 - ток в рассматриваемой цепи. Потенциал точки В по отношению к точке А изобразится вектором $\vec{I}_1 R_1$. Выясним, как будет смещаться точка В на диаграмме при изменении R_1 . Когда $R_1 = 0$, точка В совпадает с точкой А, а когда $R_1 = \infty$, точка В совпадает с точкой С. При изменении R_1 от 0 до ∞ точка В будет двигаться по кривой, показанной на рис. 2 пунктиром. Чтобы выяснить, что это за кривая, обратим внимание на то, что угол φ_1 не зависит от R_1 (это фазовый угол импеданса z_1 , определяемый формулой (1)). Следовательно, угол ABC, равный $(180^\circ - \varphi)$, также не зависит от R_1 . Отсюда, по теореме об углах, вписанных в окружность, следует, что кривая ABC будет дугой окружности с центральным углом $2\varphi_1$.

Аналогичную диаграмму можно построить и для другой ветви моста. Объединяя эти две диаграммы, получаем полную диаграмму моста с разомкнутой индикаторной диагональю (рис. 3). Напряжение U_{BD} между точками В и D изображается вектором \vec{BD} .

Поскольку угол φ_1 в общем случае не равен углу φ_2 , то при измерении R_1 и R_2 точки В и D движутся по дугам двух разных окружностей. Обе построены на общей хорде \vec{U} , но

эта хорда стягивает разные углы $2\varphi_1$ и $2\varphi_2$. Отсюда видно, изменением сопротивлений R_1 и R_2 в общем случае нельзя сбалансировать мост, то есть добиться исчезновения разности потенциалов U_{BD} . Можно найти только такие значения R_1 и R_2 , которые обеспечат минимум величины U_{BD} при заданных значениях r_1 , x_1 и r_2 , x_2 . Этот минимум будет, вообще говоря, довольно тупым, так что его нельзя установить с большей точностью. Кроме того – и это гораздо более важно – между значениями x_1 , x_2 , z_1 , z_2 и R_1 , R_2 в минимуме нельзя найти определенной связи. Таким образом, мост, в котором можно менять только сопротивления в плечах отношения, R_1 и R_2 не позволяет измерять ни реактивных, ни полных сопротивлений.

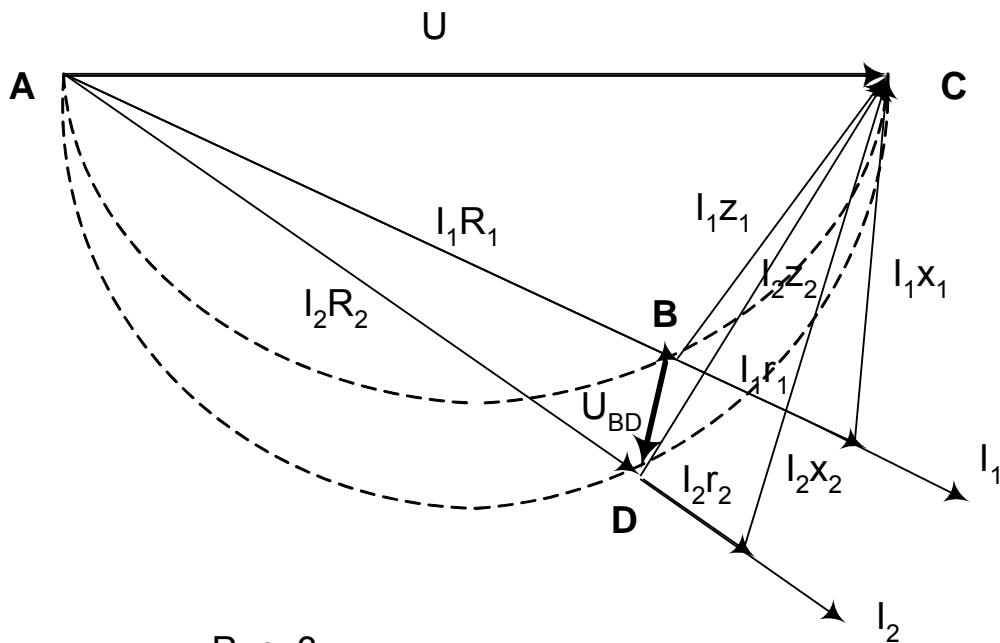


Рис. 3

Сбалансировать мост можно только в том случае, когда точки В и D расположены на одной и той же окружности, то есть когда фазовые углы φ_1 и φ_2 одинаковы, а значит

$$\frac{x_1}{r_1} = \frac{x_2}{r_2} \quad (2)$$

Если соотношение (2) выполнено, условие равенства потенциалов по амплитуде будет, очевидно

$$\frac{z_1}{R_1} = \frac{z_2}{R_2} \quad \text{или} \quad \frac{\sqrt{r_1^2 + x_1^2}}{R_1} = \frac{\sqrt{r_2^2 + x_2^2}}{R_2} \quad (3)$$

Объединяя уравнения (2) и (3), получим условие баланса моста в виде

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{R_1}{R_2} \quad (4)$$

Таким образом, если мост сбалансирован, то можно вычислить и активное, и реактивное, и полное сопротивление в неизвестном плече моста.

Для того, чтобы обеспечить выполнение условия (2), в одно из плеч моста (в то, где фазовый угол оказался бóльшим) вводят дополнительное переменное активное сопротивление, с помощью которого изменяют отношение r_1/r_2 . Так как заранее неизвестно, в какое из двух плечей нужно включить дополнительное сопротивление, его удобно ввести в схему моста, включив к точке С с помощью ключа на два положения, как показано на рис. 4. Здесь $r_{\text{доп}}$ – дополнительное сопротивление, ρ_1 и ρ_2 – собственные активные сопротивления исследуемой и эталонной реактивностей.

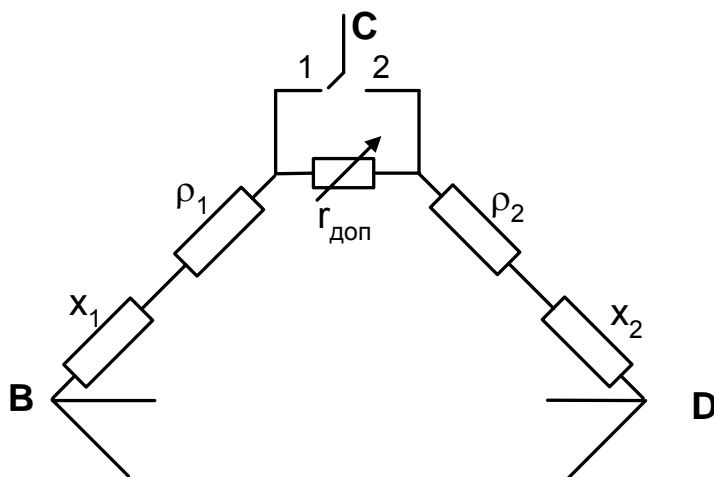


Рис. 4

При положении ключа 1 дополнительное сопротивление включено в плечо CD, и, следовательно,

$$r_1 = \rho_1; \quad r_2 = \rho_2 + r_{\text{доп}}$$

При положении ключа 2 –

$$r_1 = \rho_1 + r_{\text{доп}}; \quad r_2 = \rho_2.$$

Таким образом, изменяя $r_{\text{доп}}$, можно менять фазовый угол в одном плече, не изменяя в другом.

Процесс уравнивания моста ведут методом последовательных приближений. Вначале добиваются минимума показаний индикатора путем изменения сопротивлений в плечах отношения R_1 и R_2 . Если $\varphi_1 \neq \varphi_2$, то этот минимум будет неглубоким, и его положение не будет соответствовать уравнению (4). Затем углубляют минимум, изменяя фазовые углы сравниваемых импедансов. Далее добиваются еще более глубокого минимума, изменяя опять R_1 и R_2 , и так далее, пока мост не будет полностью сбалансирован.

В качестве индикаторов баланса мостов переменного тока могут применяться либо обычный гальванометр, с выпрямителем, либо вибрационный гальванометр, либо

электронный осциллограф. Применение осциллографа удобно тем, что можно следить не только за амплитудой, но и за фазой сигнала, что упрощает процесс балансировки.

На выход «X» осциллографа подается напряжение U , приложенное к точкам А и С моста (рис.1). На вход «Y» - напряжение U_{BD} . На экране осциллографа виден эллипс (несколько искаженный из-за влияния кратных частот (смотри ниже)). Амплитуда отклонения луча по вертикали («высота» эллипса) пропорциональна амплитуде напряжения U_{BD} , а форма эллипса соответствует разности фаз между напряжениями U и U_{BD} (угол между векторами \overline{AC} и \overline{BD} на векторной диаграмме рис.3). Если разность фаз отлична от 90° (или 270°), $\overline{BD} \perp \overline{AC}$, оси эллипса параллельны осям X и Y. Если разность фаз отлична от 90° - эллипс становится наклонным и более вытянутым, и при разности фаз равной нулю (или 180°) эллипс вырождается в прямую.

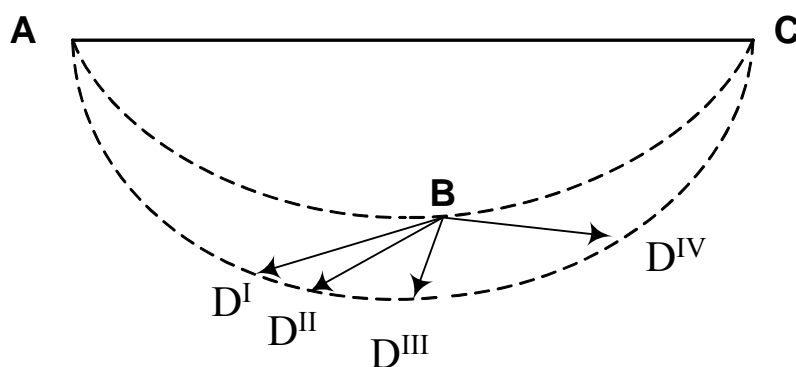


Рис. 5

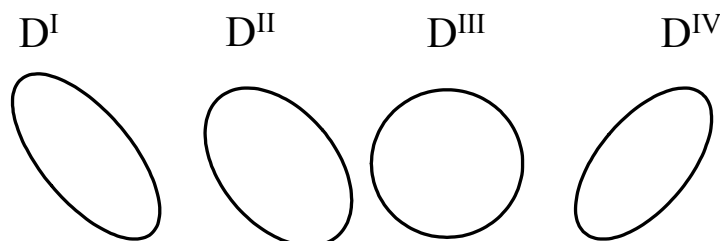


Рис. 6

Если изменить одно из сопротивлений в плечах отношения, например R_2 , точка D на векторной диаграмме движется по дуге окружности, принимая последовательно значения $D^I, D^II, D^III, D^IV, \dots$ (рис.5), вектор \overline{BD} поворачивается вокруг точки В. Эллипс на экране видоизменяется – меняется как его наклон, так и высота по оси Y (рис.6). Находят значение R_2 , соответствующее разности фаз 90° (точка D^III). Это значит, что $\overline{BD} \perp \overline{AC}$, то есть точка D оказалась «прямо под» точкой В. (Можно искать минимума сигнала, но изменение разности фаз обычно видно лучше. Кроме того, если положение точки В перед

началом изменений было выбрано так, что $R_1 = z_1$, то значение разности фаз 90° и минимум сигнала достигаются одновременно).

Затем изменяют активное сопротивление r . В случае, изображенном на рис. 5, нужно, очевидно, увеличить активное сопротивление r_2 в ветви ADC, или уменьшить r_1 в ветви ABC. При увеличении сопротивления r_2 точка D на диаграмме будет двигаться вверх, переходя на другие окружности (рис. 7) и одновременно смещаясь немного в сторону, так как меняется соотношение R_2/z_2 . Амплитуда напряжения U_{BD} уменьшается, одновременно - изменяется фаза, и эллипс на экране осциллографа становится более вытянутым. Изменяем r_2 , пока не достигнем точки D^V , где амплитуда напряжения минимальна, а разность фаз близка к нулю. Затем опять изменяем R_2 и находим точку D^{IV} , и т.д., пока не будет достигнут наилучший баланс.

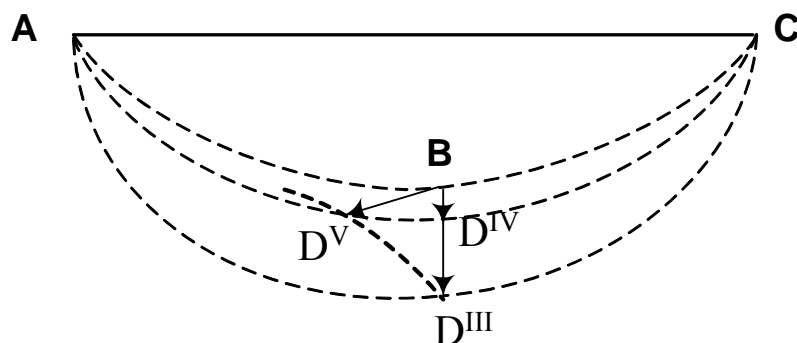


Рис. 7

На практике обычно не удается добиться полного баланса моста, так как переменное напряжение, которым питается мост, никогда не бывает чисто синусоидальным, а содержит высшие гармоники. Так как и реактивное сопротивление x и активное r в общем случае зависят от частоты, то условия баланса не могут быть выполнены одновременно на разных частотах. Кроме того, мешают паразитные реактивности (собственные индуктивности сопротивлений R_1 и R_2 , емкости между проводами и землей и т.п.). Промышленностью выпускаются специальные осциллографические индикаторы, предназначенные для баланса мостовых схем. Они имеют разную настройку на определенную частоту, так что другие частоты подавляются. С помощью такого индикатора можно достигнуть очень глубокого минимума.

Выясним условия максимальной чувствительности моста. Чувствительность определяется величиной напряжения на индикаторе U_{BD} , возникающего при небольшом отклонении от условий равновесия моста. Даже без количественного анализа ясно, что чувствительность будет максимальной, если $R_1 = z_1$ и $R_2 = z_2$. Действительно, пусть, например, $R_1 \gg z_1$. Тогда напряжение на z_1 (U_{BC} , рис. 2) будет составлять только малую долю общего напряжения U , и если z_1 изменится, например, на 1%, то U_{BC} изменится,

грубо говоря, на U_{BC}/U процентов от U , то есть на очень малую величину. Если же R_1 изменится на 1%, например, увеличится, то результат будет таким же, как если бы z_1 уменьшилось на 1%, то есть опять изменение U_{BD} будет очень малым. Аналогичное положение будет и при $R_1 \ll z_1^*$.

Далее заметим, что фазовый угол φ всегда выгодно иметь как можно больше. Действительно, чем больше фазовый угол, например φ_1 , тем больше длина дуги ABC, по которой движется на векторной диаграмме точка В (см. рис. 2) и, следовательно, больше

ее смещение при изменении отношения $\frac{R_1}{z_1}$. Кроме того, если угол φ мал, то основной

вклад в импеданс вносит активное сопротивление r , и изменение реактивности x будет мало влиять на величину импеданса z , а следовательно, и мало сменит положение точки В на векторной диаграмме, а значит мост будет мало чувствителен по отношению к изменению реактивности. Максимально возможное значение угла φ задается отношением реактивного и активного сопротивления измеряемого объекта. Поэтому включать дополнительное сопротивление в плечо, содержащее неизвестную реактивность, всегда невыгодно (так как это уменьшает фазовый угол), и нужно стремиться подобрать условия измерения так, чтобы дополнительное сопротивление оказалось включенным в плечо с эталонной реактивностью (это не всегда возможно), или если дополнительное сопротивление все же приходится включить в плечо с измеряемой реактивностью – чтобы оно было как можно меньше.

В приведенном анализе мы не учитывали тока через индикатор. Наличие этого тока может повлиять на величины напряжений в несбалансированном мосте, но, конечно, не влияет на условия равновесия. Условия максимальной чувствительности при учете тока через индикатор довольно сложны, и мы не будем их подробно анализировать. Ясно однако, что выбирать R_1 , z_2 и R_2 значительно большими, чем измеряемый импеданс z_1 невыгодно, так как при этом уменьшается ток через индикатор, а следовательно, и чувствительность моста. С другой стороны, делать R_2 и z_2 малыми по сравнению с z_1 бесполезно, а из практических соображений – обычно невыгодно (понижается точность отсчета, возрастает потребление тока). Достаточно хорошие результаты можно получить, если выбрать $R_2 \approx z_2 \approx R_1 \approx z_1$.

* Именно поэтому на схеме рис.1 напряжение включено в диагональ AC, а не BD: далеко не всегда удастся подобрать эталонную реактивность, равную измеряемой, тогда как активное сопротивление, близкое к измеряемому импедансу, подобрать значительно легче. Разумеется, точно также допустимо и включение напряжения в диагональ BD, а индикатора – в диагональ AC, если при этом не теряется возможность обеспечения максимальной чувствительности.

Заметим еще, что моты переменного тока для измерения емкости, и индуктивности могут быть построены с одним единственным эталоном – или индикатором, или катушкой самоиндукции. Постройте векторную диаграмму и выясните условия баланса моста, изображенного на рис.8.

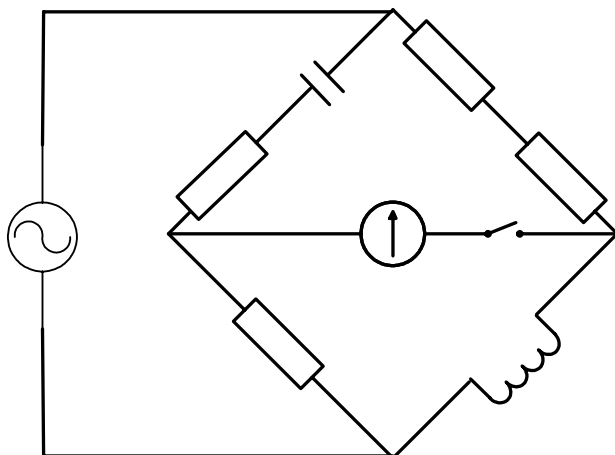


Рис.8

Задача работы – исследовать катушку самоиндукции с помощью моста переменного тока. Измеряются следующие параметры катушки: коэффициент самоиндукции (L_x) и активное сопротивление (ρ_x).

Объем и конкретное содержание работы устанавливает преподаватель. Типичные задания такие:

1. Измерить параметры катушки самоиндукции при частоте 1000 Гц и фиксированном токе через катушку.
2. Исследовать зависимость параметров катушки от силы тока, проходящего через нее.
3. Исследовать зависимость параметров катушки от частоты переменного тока.

В Вашем распоряжении имеются следующие приборы:

1. Звуковой генератор ГЗ-36
2. Осциллограф С1-83
3. Трансформатор
4. Магазин индуктивностей МСР-60М
5. Магазин сопротивлений Р-33 (3 шт.)
6. Исследуемая катушка

Эталоном реактивного сопротивления служит магазин индуктивностей. Магазин выполнен таким образом, что его активное сопротивление остается неизменным при любом значении индуктивностей, набранном на магазине, оно равно $\rho_3 = (55 \pm 1) \text{ Ом}$ (при частотах в диапазоне 50-15000 Гц и силе тока через магазин не более 0,15А). Класс точности прибора 0,5.

Два магазина сопротивлений составляют плечи отношения. Обозначим их: $R_{Э}$ - сопротивление в ветви с эталонной индуктивностью и R_x - в ветви с измеряемой катушкой. Третий магазин используется как дополнительное сопротивление $r_{доп.}$, служащее для уравнивания фаз и включения в схему, как показано на рис.4.

Питается мост переменного тока от генератора звуковых частот. Описание выдается в лаборатории.

Напряжение сигнала, питающего мост, измеряется вольтметром, встроенным в переднюю панель генератора.

Индикатором служит электронный осциллограф. Вход «усилитель» осциллографа подключают к точкам А и С моста (рис.1) параллельно питающему генератору. Следите, чтобы клеммы «земля» осциллографа и генератора совпадали! В индикаторную диагональ ВD включают первичную обмотку трансформатора, вторичную обмотку замыкают на вход «Y» осциллографа (если включить осциллограф без трансформатора, то одно из плеч моста окажется закороченным, так как усилители «X» и «Y» имеют общую точку «земля»). О том, как проводится балансировка моста, сказано выше.

Как уже говорилось, полного баланса достичь не удастся. Усилитель «Y» нашего осциллографа имеет плоскую частотную характеристику (коэффициент усиления не зависит от частоты), поэтому высшие гармоники усиливаются также хорошо, как и основная частота, и сигнал виден искаженным. Чтобы точнее найти положение баланса, после того, как мост почти сбалансирован, переключите вход «X» с «усилителя» на «развертку». Тогда по картинке на экране можно отделить сигнал на основной частоте от сигнала на кратных частотах. Если мост вполне сбалансирован, видна картинка, подобная изображенной на рис. 9а. Максимумы А, Б, В принадлежат основной частоте, остальные максимумы - искажения. Когда мост сбалансирован хорошо (рис.9 б), «основные» максимумы исчезают.

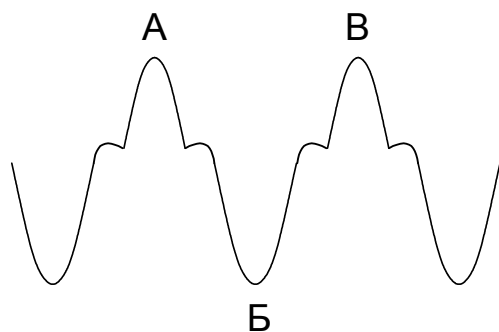


Рис.9а

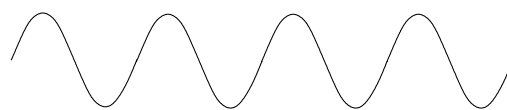


Рис.9а

Не следует использовать для питания моста слишком большое напряжение. Хотя при этом получается выигрыш в чувствительности, но искажения тоже растут, так что этот выигрыш все равно не может быть реализован. Оптимальное напряжение подбирается экспериментально, обычно оно равно 1.5 – 3 В.

Параметры моста нужно стремиться подбирать так, чтобы работать в условиях наибольшей чувствительности. (Но эти условия не обязательно выдерживать слишком строго – при изменении сопротивлений в 1,5 – 2 раза чувствительность практически не меняется). Для расчета оптимальных условий изменения Вам понадобится быстро (в уме) оценить значение реактивного сопротивления $x = \omega L$ по значению индуктивности L . При домашней подготовке подсчитайте, какое сопротивление для тока частоты 1000 Гц представляет индуктивность 100 миллигенри. Эта цифра поможет Вам быстро ориентироваться в выборе сопротивлений. Рационально вести измерения в следующей последовательности. В начале мы ничего не знаем об исследуемой катушке. Поэтому исходим из значения сопротивления в ветви с эталоном. Пусть это будет ветвь ABC (рис.1). Выбираем какое-либо значение эталонной индуктивности $L_{\text{Э}}$. (Лучше выбирать значение $L_{\text{Э}}$ большое, например, 100 мГн, чтобы был велик фазовый угол. Напомним, что активное сопротивление $\rho_{\text{Э}}$ эталона индуктивности постоянно, и значит фазовый угол эталонной катушки равный $\arctg \frac{x_{\text{Э}}}{\rho_{\text{Э}}}$ тем больше, чем больше ее реактивное сопротивление $x_{\text{Э}} = \omega L_{\text{Э}}$). Устанавливаем $r_{\text{доп.}} = 0$ и $R_{\text{Э}} = z_{\text{Э}}$ (удобно для простоты дальнейших расчетов взять для R_1 круглое значение, близкое к $r_{\text{Э}}$). Таким образом, точка В моста оказалась в наиболее выгодном (в смысле чувствительности) положении. Далее, меняя сопротивление R_x (в ветви ADC, содержащей измеряемую катушку) и вводя $r_{\text{доп.}}$ в одно из плеч, балансируем мост как описано выше. Вычисляем значения параметров катушки L_x и ρ_x :

$$\begin{aligned}
 L_x &= L_{\text{Э}} \frac{R_x}{R_{\text{Э}}} \\
 r_{\text{Э}} &= \begin{cases} \rho_{\text{Э}} + r_{\text{доп.}} \\ \rho_{\text{Э}} \end{cases} \\
 r_x &= r_{\text{Э}} \frac{R_x}{R_{\text{Э}}} \\
 \rho_x &= \begin{cases} r_x \\ r_x - r_{\text{доп.}} \end{cases} \quad (5)
 \end{aligned}$$

(Расчет $r_{\text{Э}}$ и ρ_x проводится в зависимости от того, в каком плече оказалось сопротивление $r_{\text{доп.}}$).

Это первое измерение будем рассматривать как предварительное, прикидочное, имеющее целью определить ориентировочное значение индуктивности и сопротивления катушки. Пользуясь полученными результатами, устанавливаем оптимальное значение сопротивления катушки. Пользуясь полученными результатами, устанавливаем оптимальное значение сопротивления R_x : $R_x \approx z_x$ (удобно – близкое к z_x круглое число) и проводим несколько измерений, выбирая разные значения эталонной индуктивности L_{Σ} и балансируя мост сопротивлениями R_{Σ} и $r_{\text{доп.}}$, оставляя R_x постоянным.

При измерениях учтите, что параметры катушки меняются при изменении тока через нее, поэтому нужно следить, чтобы при повторных измерениях ток через ветвь с исследуемой катушкой оставался неизменным. Поэтому и предлагается балансировать мост сопротивлением R_{Σ} – очевидно, что если сопротивление R_x (в ветви с катушкой) не меняется, а $r_{\text{доп.}}$ включено в ветвь с эталоном достаточно просто поддерживать постоянным напряжение, приложенное к мосту.

Выбор величины эталонной индуктивности L_{Σ} определяется следующими соображениями. Желательно иметь $L_{\Sigma} \approx L_x$, но если окажется, что фазовый угол для эталонной катушки мал, так что $r_{\text{доп.}}$ включено в ветвь с измеряемой катушкой – нужно увеличить L_{Σ} .

При каждом измерении обязательно определите значение погрешности отсчета для каждого из параметров (L_{Σ} , R_{Σ} , R_x , $r_{\text{доп.}}$) – это наименьшее значение, которое «чувствует» индикатор. Затем, как обычно, определяется среднее значение измеряемых параметров L_x , ρ_x от силы тока. Объясните полученные результаты.

Более сложно измерить зависимость параметров катушки от частоты переменного тока. Дело в том, что при этих измерениях нужно поддерживать силу тока через ветвь с исследуемой катушкой постоянной, а для расчета тока нужно знать импеданс катушки, который заранее неизвестен. Поэтому приходится, измерив параметры катушки при каком-то (неизвестном заранее) токе, вычислить сопротивление ветви с катушкой, рассчитать силу тока, а затем изменить подаваемое на мост напряжение так, чтобы получилась нужная сила тока (считая ток пропорциональным напряжению), и снова провести измерения. Если понадобится, эту операцию повторяют несколько раз, каждый раз уточняя значение тока. Постройте график зависимости индуктивности и активного сопротивления катушки от частоты. Объясните полученные результаты.

Обработка данных на ЭВМ.

Предлагается, исходя из экспериментальных данных многократных измерений, проведенных в неизменных условиях (постоянная сила тока и частота) определить активное сопротивление исследуемой катушки ρ_x и магнитной индуктивности ρ_{Σ} .

Измерения должны быть проведены так, чтобы $r_{\text{доп.}}$ было все время включено в одну и ту же ветвь (или с эталонной катушкой, или с исследуемой). Из уравнения (5) получим, соотношение, связывающее ρ_x и $\rho_{\text{Э}}$:

$$\rho_x = (\rho_{\text{Э}} + r_{\text{доп.}}) \frac{R_x}{R_{\text{Э}}} \quad (6)$$

(уравнение написано для случая, когда $r_{\text{доп.}}$ включено в ветвь с эталоном. Если у Вас $r_{\text{доп.}}$ – в ветви с исследуемой катушкой – напишите аналогичное уравнение сами).

Уравнение (6) преобразуется к виду

$$\rho_x \frac{R_{\text{Э}}}{R_x} - \rho_{\text{Э}} = r_{\text{доп.}}$$

Неизвестные (определяемые) величины связаны между собой линейной зависимостью

типа $Ax+B=y$. Измеряемыми величинами x и y здесь служат величины $\frac{R_{\text{Э}}}{R_x}$ и $r_{\text{доп.}}$. Из

эксперимента имеем ряд значений этих величин $x_1, y_1; x_2, y_2, \dots$. Коэффициенты $A=\rho_x$ и $B=-\rho_{\text{Э}}$ определяются методом наименьших квадратов.

Проведите расчеты для одного значения тока и частоты. Сравните полученное значение $\rho_{\text{Э}}$ с величиной, приведенной в описании.