

Определение скорости полета пули методом баллистического маятника.

Баллистический маятник состоит из уловителя ("С" на Рис.1) в виде диска из пластичного материала¹, который закреплен на длинной массивной рейке, способной свободно, с очень малым трением, качаться вместе с уловителем вокруг неподвижной оси. На Рис.1 эта ось вращения (точка опоры "O") перпендикулярна к плоскости рисунка. Выстрел производится из духового ружья, укрепленного в станке так, чтобы вектор скорости пули был направлен горизонтально по прямой, проходящей через центр пластилинового диска и перпендикулярно оси вращения O. Пуля, застревая в пластелине, теряет свою начальную скорость и одновременно сообщает маятнику некоторый момент импульса. По завершении неупругого удара маятник отклоняется от вертикальной линии OC на некоторый максимальный угол α , который измеряется методом "зеркала и шкалы" – по максимальному смещению светового зайчика от источника света W на экране Э.

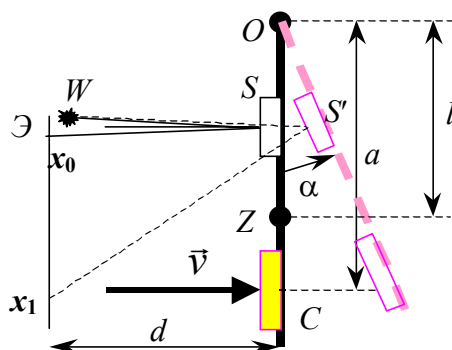


Рис.1.

Вывод рабочей формулы

Для двух моментов времени непосредственно до и непосредственно после неупругого удара (под "ударом" мы подразумеваем относительно быстротекущий процесс торможения пули в пластелине) можно применить закон сохранения момента импульса:

$$mva = (I + ma^2)\omega_0 \quad (1)$$

где m – масса пули, v – скорость пули до удара, a – расстояние от оси вращения до точки удара пули, I – момент инерции маятника относительно оси вращения O, ω_0 – начальная угловая скорость маятника после удара. Вторым членом в скобках в (1) можно пренебречь далеко не всегда (для нашего случая вам необходимо на основании измерений показать (или опровергнуть) возможность такого упрощения).

Очевидно, в процессе неупругого удара закон сохранения механической энергии не действует, однако **после его завершения** – к процессу качания маятника мы уже можем применить закон сохранения энергии. Непосредственно после завершения процесса удара маятник вместе с засевшей в нем пулей будет, как мы видели из (1), иметь угловую скорость, равную ω_0 , а следовательно, будет иметь и соответствующий ей запас кинетической энергии, который затем в момент наибольшего отклонения (и мгновенной остановки маятника) превратится в потенциальную энергию:

$$K = \frac{(I + ma^2)\omega_0^2}{2}$$

$$U = (M + m\frac{a}{l})gh \quad (2)$$

$$K = U$$

¹ В нашей установке применяется пластилин.

где M – масса баллистического маятника, h – высота максимального поднятия его центра масс в точке остановки, l – расстояние от оси вращения до центра масс маятника (без пули), $g=9.81908 \text{ м/с}^2$ – ускорение свободного падения на широте СПб. Второе (малое) слагаемое в выражении для потенциальной энергии дополнительно учитывает, что центр масс пули не совпадает с центром масс маятника. Из **Рис.2**

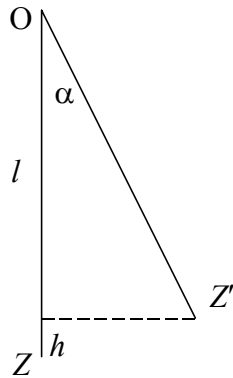


Рис.2.

видно, что

$$h = l - l \cos \alpha = l(1 - \cos \alpha) = 2l \sin^2 \frac{\alpha}{2},$$

где l – расстояние от оси вращения O до центра масс маятника Z .

Итак, мы получили второе уравнение

$$\frac{1}{2}(ma^2 + I)\omega_0^2 = (m \frac{a}{l} + M)gh = 2(m \frac{a}{l} + M)gl \sin^2 \frac{\alpha}{2}. \quad (3)$$

Таким образом, на основании уравнений (1) и (3) получаем основную рабочую формулу

$$v = 2 \sin \frac{\alpha}{2} \cdot \frac{\sqrt{(ma^2 + I)(m \frac{a}{l} + M)gl}}{ma} \quad (4)$$

Все величины, входящие в выражение (4), могут быть определены экспериментально.

План работы

Массу маятника определяют посредством взвешивания на технических весах.

Расстояние от оси вращения до точки удара измеряют миллиметровой линейкой².

Положение центра масс маятника определяется следующим способом. Кладут маятник горизонтально на специально приспособленную в лаборатории призму; перемещением точки опоры вдоль стержня маятника находят точку равновесия (рейка маятника должна быть при этом горизонтальна!). Измеряют по линейке расстояние от точки касания рейки и призмы до оси вращения маятника.

Момент инерции *физического* маятника находят по периоду его качаний, равному

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{Mgl}} \quad (5)$$

(величины M и l нами уже измерены!).

Обратите внимание, что для достаточно надежного измерения периода качаний мы должны обеспечить выполнение следующих условий:

- Амплитуда качаний должна быть достаточно мала, чтобы можно было пренебречь ее влиянием на период качаний;
- Нужно проследить за отсутствием качаний маятника по другой ортогональной оси (или дождаться их полного затухания, если они по каким-либо причинам возникли);

² Строго говоря, из-за неточности прицеливания этот параметр надо определять индивидуально **после** каждого выстрела (по месту попадания пули), а перед следующим выстрелом заново разравнивать пластилин.

- Период качаний надо определить как среднее за 20-30 качаний, чтобы уменьшить погрешность измерения времени секундомером (это усреднение не изменит собственную погрешность измерения времени секундомером на уровне $1 \cdot 10^{-3}T$, но существенно уменьшит вклад субъективной ошибки нажатия управляющих кнопок).

Момент инерции вычисляется, исходя из (5), как

$$I = \frac{MglT^2}{4\pi^2} \quad (6)$$

Масса каждой пули определяется на аналитических весах.

Измерение угла отклонения α надежнее производить не по амплитуде отклонения маятника при первом качании, а по размаху его колебаний, длящихся некоторое время после удара (при этом полезно применять и усреднение отдельных отсчетов). Это можно сделать потому, что логарифмический декремент затухания³ этих колебаний весьма мал и их амплитуда довольно долго остается почти постоянной (попытайтесь экспериментально оценить величину декремента!).

Измерение угла α производится методом "зеркала и шкалы", который заключается в следующем. На подвижную часть прибора, угол поворота которой надо измерить, в нашем случае на рейку баллистического маятника, прикрепляется маленькое вогнутое зеркало S (см. **Рис.1**). На некотором достаточно большом расстоянии от него устанавливается вертикальная миллиметровая линейка. От маленького источника света W (в зависимости от варианта исполнения лабораторной установки в его качестве могут быть применены лампа с коллиматором или лазер-указка) излучение направляется на зеркало, а от него отражается на экран \mathcal{E} . При повороте зеркала S проекция излучения источника W на экран \mathcal{E} (*действительное изображение источника на экране*) перемещается по нанесенной на экран миллиметровой шкале, с которой должны сниматься отсчеты координат этого изображения.

По этим отсчетам перемещений "светового зайчика" угол поворота зеркала определяется на основе тригонометрических соотношений и с учетом закона зеркального отражения света (угол поворота оси отраженного пучка вдвое больше угла поворота зеркала):

$$\sin 2\alpha \approx \operatorname{tg} 2\alpha \approx 2\alpha = \frac{x_1 - x_0}{d}, \quad \sin \frac{\alpha}{2} \approx \frac{x_1 - x_0}{4d} \quad (7)$$

(здесь d – расстояние от зеркала до экрана), причем малость угла отклонения позволяет заменить тангенс угла синусом или самим значением угла, выраженным в радианах.

Таким образом, с учетом (6) и (7) рабочая формула в ее окончательном виде такова⁴:

$$v = \frac{MglT}{4\pi mad} (x_1 - x_0) \quad (8)$$

Расстояние d от экрана \mathcal{E} до зеркала S измеряется рулеткой. Целесообразно попутно с измерением расстояния выставить положение поверхности экрана приблизительно (на глаз) перпендикулярно к оси пучка, падающего на зеркало S .

³ Определение логарифмического декремента затухания см. в **описании работы 36** или в соответствующей литературе.

⁴ Мы внесли в формулу (8) дополнительные упрощения, обсуждение которых должно входить в дискуссию по данной работе с преподавателем