

ИЗМЕРЕНИЕ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ПЛОХИХ ПРОВОДНИКОВ ТЕПЛА.

Обмен теплом между телами, имеющими различную температуру, или между неодинаково нагретыми участками одного тела может осуществляться за счет процессов излучения и поглощения электромагнитных волн, конвекции (макроскопических потоков в газовой или жидкой среде) и молекулярной теплопроводности. При этом последнем процессе происходит непосредственно передача энергии теплового движения между имеющими разную температуру объемами вещества за счет взаимодействия их молекул. В газах это взаимодействие осуществляется молекулами, беспорядочно перелетающими в ту и в другую сторону через границу раздела между объемами и передающими избыточную кинетическую энергию при столкновениях; в конденсированных (твердых и жидких) телах более интенсивные колебания молекул одного объема раскачивают соседние с ними молекулы другого объема.

Собственно теплопроводностью называют молекулярный теплообмен в условиях, когда градиенты температуры не слишком велики (или плотность среды не слишком мала), так что среду можно разбить на "макроскопически бесконечно малые" объемы dV - настолько малые, что разности температур dT между соседними объемами очень малы по сравнению с общими разностями температур между участвующими в теплообмене телами, но настолько большие, что каждый из них содержит очень большое число молекул. В этом случае тепло передается "от точки к точке", то есть от одного макроскопически малого объема dV к соседнему, подобно тому, как течет сплошная среда (жидкость или газ).

Точно так же, как и при описании движения жидкости полезно вводить вектор плотности потока массы $\rho \vec{v}$ (ρ - плотность, \vec{v} - скорость), при описании распространения тепла вводят вектор плотности потока тепла \vec{q} , имеющий аналогичный смысл, а именно: количество тепла dQ , переносимое через площадку dS за время dt

$$dQ = q_n dS dt, \quad (1)$$

где q_n - проекция вектора \vec{q} на нормаль к dS ¹

Процесс теплопроводности в изотропных телах описывается законом Фурье: вектор теплового потока направлен вдоль градиента температуры (по нормали к изотермическим поверхностям) и пропорционален ему:

$$q = -\alpha \text{grad}T, \quad (2)$$

(знак минус указывает, что тепло переносится в сторону понижения температуры). Коэффициент пропорциональности α в формуле (2) называют коэффициентом теплопроводности или просто теплопроводностью (из контекста обычно ясно, идет ли речь о процессе или о коэффициенте).

Коэффициенты теплопроводности различных тел имеют порядок величины от $0,1 - 1 \frac{\text{кал}}{\text{см сек град}}$ (металлы) до $10^{-5} - 10^{-4} \frac{\text{кал}}{\text{см сек град}}$ (газы и некоторые теплоизоляционные материалы). Большинство неметаллических твердых тел и жидкостей имеют теплопроводность порядка $10^{-4} - 10^{-2} \frac{\text{кал}}{\text{см сек град}}$.

Наиболее просто процесс теплопроводности описывается, когда поле температур одномерно (изотермические поверхности - параллельные плоскости; обозначая перпендикулярное им направление через z , можно сказать, что температура и другие переменные зависят только от одной координаты z) и стационарно (температура не зависит от времени). В этом случае, очевидно, градиент температуры $\frac{\partial T}{\partial z}$ в одномерной среде не может зависеть от z . Действительно, пусть, например, $\text{grad}T$ - положителен и в плоскости z_2 больше, чем в плоскости z_1 , ($z_1 < z_2$). Тогда, в силу (2), в заключенный между этими плоскостями слой вещества втекает больше тепла, чем вытекает из него, и слой должен нагреваться, что противоречит условию стационарности. Таким образом, в стационарном одномерном случае температура является линейной функцией координаты z , и вместо (2) и (1) можно написать

$$Q = \alpha (T_n - T_x) \frac{S}{d} t \quad (3)$$

где T_n и T_x - температуры источника тепла ("нагревателя") и приемника тепла ("холодильника"), между которыми заключен слой вещества толщины d и площади S , а Q - количество тепла, перенесенное за время t от нагревателя холодильнику.

На практике условия применимости уравнения теплопроводности в форме (3) для хороших проводников тепла осуществляются в длинных тонких стержнях с теплоизолированной боковой поверхностью, концы которых поддерживаются при постоянных температурах T_n и T_x . Для осуществления тех же условий в плохом проводнике

¹Вывод этой формулы для случая потока массы вам, конечно, известен. Для теплового потока формула (1) есть определение вектора \vec{q} . Обратите внимание на терминологию: потоком тепла через dS называют скалярную величину $q_n dS$ (поток через конечную площадь S равен $\int_S q_n dS$ и имеет смысл полного количества тепла, переносимого через S в единицу времени). Плотность потока \vec{q} есть вектор, который часто называют просто "вектором теплового потока" (указание на векторный характер величин позволяет опустить слово "плотность").

тепла его следует поместить в виде тонкого слоя между параллельными пластинами, имеющими одинаковые по всей поверхности постоянные температуры T_n и T_x . Последнее условие легко обеспечивается с помощью толстых массивных пластин из хорошего проводника тепла.

Установка и методика измерений.

Установка для измерения коэффициента теплопроводности плоских проводников тепла показана на рис.1. Слой исследуемого вещества 3 помещается между нагревателем 1 и приемником 2. Слой этот должен быть достаточно тонким по сравнению с размерами нагревателя и холодильника, чтобы обеспечить условие одномерности. Нагреватель представляет собой алюминиевый бачок, через который просачивается вода от термостата ТС-16, позволяющего поддерживать заданную температуру T_n с точностью не хуже $0,1^\circ C$. (Описание термостата выдается в лаборатории).

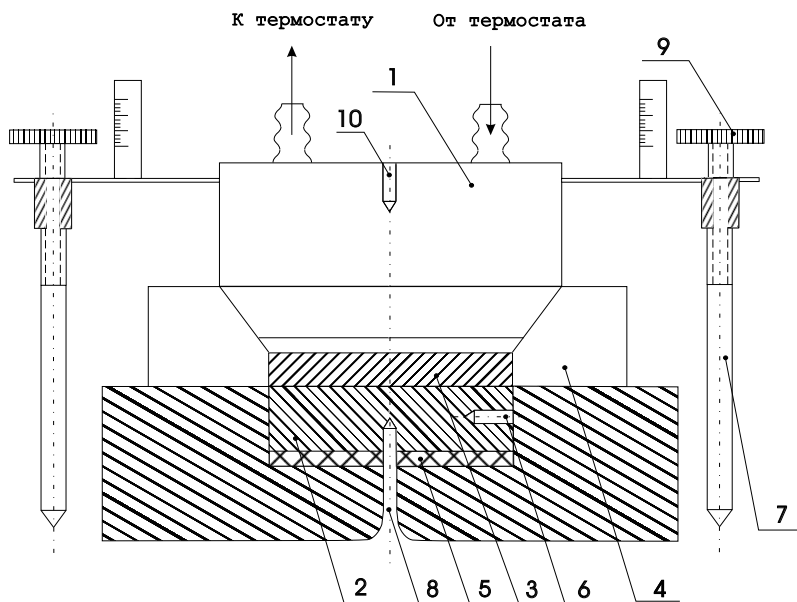


Рис. 1:

Температура измеряется термометром, помещаемым в отверстие 10. Приемником служит массивный металлический блок, окруженный теплоизолирующей оболочкой из пенопласта. Твердый образец помещают на свободное верхнее основание приемника, а на него ставят нагреватель. При этом необходимо избегать образования воздушных зазоров – зазор толщиной $0,1$ мм может быть эквивалентен по теплопроводности нескольким миллиметрам такого вещества, как например оргстекло (полиметилметакрилат); поэтому прилегающие поверхности образца, холодильника и нагревателя надо смачивать какой-либо жидкостью (водой или глицерином).

Для измерений в жидких средах на верхний конец приемника навинчен на клею резервуар 4 из оргстекла. Установочные винты 7 позволяют задавать толщину зазора между нагревателем и приемником при работе с жидкостями или воздухом. Сначала устанавливается минимальный зазор, такой, что при малейшем опускании любого винта между нагревателем и холодильником возникает электрический контакт (для подключения пробника от холодильника выведен через термоизоляцию штырек). Затем устанавливается необходимая для работы ширина зазора, которая отсчитывается микрометром (шаг винтов – 1 мм).

Для определения теплоты Q , переданной от нагревателя через изучаемую среду, измеряется скорость нагрева приемника.

Поскольку температура последнего T_x при этом не остается постоянной, тепловой режим не является строго стационарным. Однако, если нагрев происходит достаточно медленно по сравнению со скоростью установления равновесного распределения температуры в образце (холодильник достаточно массивен, а толщина образца мала; детальные оценки см. ниже), то уравнение (3) остается приблизительно справедливым.

За какое-то малое время dt холодильник получит количество тепла $dQ = \alpha (T_n - T_x) \frac{S}{d} dt$ и его температура возрастет на $dT_x = dQ/C_x$, где C_x - полная теплоемкость приемника. Таким образом,

$$\frac{dT_x}{dt} = \frac{\alpha}{C_x} \frac{S}{d} (T_n - T_x). \quad (4)$$

Решая это дифференциальное уравнение, находим

$$T_x = T_n - A e^{-\alpha t}, \quad (5)$$

где $\alpha = \varepsilon S / C_x d$, A - начальная разность температур. График зависимости $\ln(T_n - T_x)$ от t изображается прямой линией, угловой коэффициент которой $d \ln(T_n - T_x) / dt = \alpha$. Определив α из этого графика вычисляем теплопроводность образца:

$$\varepsilon = \alpha \frac{C_x d}{S} \quad (6)$$

Вычисление ε требует еще определения теплоемкости приемника. Для этой цели на его нижней поверхности уложена спираль электронагревателя. Пропуска через эту спираль ток известной мощности IU (I ток, U - напряжение) строим график зависимости T_x от времени t , который при отсутствии тепловых потерь будет прямой линией. Теплоемкость вычисляется из наклона этой прямой $tg\delta = dT_x / dt$

$$C_x = \frac{IU}{tg\delta} \quad (7)$$

Комбинируя формулы (6) и (7), получаем окончательно

$$\varepsilon = \frac{\alpha}{tg\delta} \cdot \frac{IU d_0}{S} \quad (8)$$

Температура холодильника может измеряться ртутным термометром, вставленным в отверстие 6, или термометром сопротивления, обеспечивающим меньшую инерционность и большую точность. Чувствительный элемент термометра – термистор (полупроводниковое сопротивление) помещен в заполненную маслом полость 8 внутри приемника. Благодаря хорошему тепловому контакту и малым размерам термистора он быстро принимает температуру приемника, что очень важно, когда измеряемая температура изменяется недостаточно медленно. Большой температурный коэффициент сопротивления термисторов (от 2 до 5 процентов на градус) позволяет с помощью стандартного моста Уистона отсчитывать температуру с точностью до нескольких сотых градуса, используя особо точный мост и гальванометр повышенной чувствительности, нетрудно добиться значительно большей точности отсчета температуры.

Термистор требует предварительной градуировки. Для наших целей важна высокая точность определения малых изменений температуры приемника, а разность температур $T_n - T_x$ довольно велика и может измеряться менее точно. Поэтому для градуировки термистора можно воспользоваться термометром нагревателя, а для повышения точности определения температурного коэффициента сопротивления, что необходимо для измерения малых изменений температуры, надо провести градуировку в широком интервале температур. Температурная зависимость сопротивления полупроводников с хорошей точностью подчиняется закону $R = A e^{B/T}$, где A и B - почти постоянные величины¹. Поэтому график зависимости $\lg R$ от T в узком интервале температур очень близок к прямой линии. Если, например, такой график в интервале $20-40^\circ C$ не отличается от прямой в пределах погрешности отсчета по термометру, то в средней трети этого интервала ($27-33^\circ$) можно отсчитывать разности температур, конечно, не сами температуры, в 3 раза точнее, чем при прямом измерении термометром.

В данной работе можно еще уменьшить влияние ошибок градуировки термистора, если использовать для определения скорости нагрева в формулах (6) и (7) один и тот же интервал температур. В этом случае можно считать, что погрешность измерения температуры практически целиком определяется точностью измерения сопротивлений, даже если она на порядок выше точности отсчета по термометру при градуировке. Для градуировки термистора следует поставить нагреватель прямо на приемник (не забудьте о слое жидкости, для теплового контакта), задавать с помощью термостата температуру нагревателя и, дождавшись установления равновесия, измерить сопротивление термистора. Измерения следует произвести не менее чем в 7-10 точках на интервале шириной $20 - 25^\circ$. При измерении сопротивления надо включать мост кратковременными нажатиями кнопки, так как термистор может заметно нагреваться током моста (при длительном включении заметно постепенное уменьшение сопротивления, а после отпуски кнопки сопротивление вновь возрастает).

Выбор режима измерений, оценка ошибок и введение поправок.

Режим измерений должен выбираться таким образом, чтобы использованные при выводе рабочих формул приближения достаточно хорошо выполнялись. Ниже приводятся оценки возможных систематических ошибок и даются рекомендации для их устранения.

1. Краевые эффекты. Поскольку поперечные размеры образца ограничены, одномерное уравнение (3) является приближенным. Ошибка от этого приближения, грубо говоря, определяется тепловыми потоками через боковую поверхность "образца" (это может быть фактическая граница образца или граница части образца, зажатой между нагревателем и холодильником), то есть она может быть порядка отношения боковой поверхности к рабочей площади 6. Фактически это сильно завышенная верхняя граница возможной ошибки; например, если

¹ Проводимость полупроводника определяется, прежде всего, концентрацией свободных носителей заряда - электронов или дырок, а последняя пропорциональна, по закону Больцмана, $e^{-\varepsilon/kT}$, где ε - энергия, необходимая для перевода электрона в свободное состояние. Коэффициент A зависит от подвижности носителей и с температурой меняется слабо - примерно как сопротивление обычных металлов.

образец окружен воздухом, теплопроводность которого на порядок меньше, чем у образца, то и ошибка должна быть на порядок меньше указанной величины.

2. Конвекция. В жидкостях и газах конвективный перенос тепла чаще всего интенсивнее, чем молекулярный. Поэтому при измерении теплопроводности градиент температуры должен быть обязательно направлен вверх. Тогда конвективные потоки могут возникать только на краях зазора за счет градиентов в окружающей среде. При узком зазоре в малой разности температур $T_n - T_x$ конвекции можно практически не опасаться.

3. Лучистый теплообмен. По закону Стефана-Больцмана абсолютно черное тело температуры T излучает с единицы поверхности мощность $\mathcal{W} = \sigma T^4$, где $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-12} \text{ вт/см}^2 \cdot \text{град}^4$. Лучеиспускательный поток энергии от нагревателя к приемнику не превышает, таким образом, величины $\sigma(T_n^4 - T_x^4) \approx 4\sigma T_n^3(T_n - T_x)$. При $T_n \approx 300^\circ\text{K}$ этот поток несколько превышает $10^{-3} \text{ кал/см}^2 \cdot \text{сек}$ на каждый градус разности $T_n - T_x$ - больше, чем через слой воздуха толщиной 1мм. Хотя излучательно-поглощательная способность поверхности нагревателя и холодильника гораздо меньше, чем у черного тела, но все же излучение может вносить значительную ошибку при измерении малых коэффициентов теплопроводности тел, прозрачных для инфракрасных лучей. Эту ошибку можно исключить, проводя измерения при разных толщинах образцов. Поскольку при малых d интенсивность лучистого теплообмена не зависит от d , измеренные коэффициенты теплопроводности будут линейной функцией d ; истинное значение и определяется экстраполяцией к $d = 0$.

4. Нестационарность. Применяемый в данной работе метод измерения теплопроводности не обеспечивает строго стационарного распределения температур, поскольку T_x во время опыта возрастает, хотя и медленно. Вместе с холодильником нагреваются и прилегающие к нему слои образца, на что расходуется дополнительное тепло. Для обеспечения этого дополнительного теплового потока необходимо, чтобы градиент температуры вблизи нагревателя был больше, а приемника - меньше, чем среднее по образцу значение $gradT$. Приемник будет получать в единицу времени меньше тепла, чем при строго стационарном процессе с таким же значением $T_n - T_x$, и расчет α по формуле (6) даст систематическую ошибку - преуменьшенное значение α . Однако если теплоемкость образца достаточно мала по сравнению с теплопроводностью холодильника, то отклонение от строго стационарного режима будет незначительным и для учета этого отклонения достаточно небольшой поправки.

Для оценки порядка величины поправки можно принять, что вместе с холодильником нагревается примерно половина образца, так что в формуле (6) надо заменить C_x на $C_x + \frac{1}{2}C_0 S d$, где C_0 - теплоемкость единицы объема изучаемого вещества. Строгий расчет, приведенный в Приложении, показывает, что численный коэффициент в поправочном члене равен 1/3, а не 1/2. Вместо того, чтобы вводить указанную поправку в вычисления, удобно применить такой метод измерения теплоемкости холодильника, при котором измеренное значение будет автоматически включать эту поправку. Для этого достаточно измерять теплоемкость приемника вместе с образцом, температура верхней плоскости которого поддерживается постоянной с помощью нагревателя. Построив график зависимости температуры приемника от времени, можно найти скорость нагрева dT_x/dt в момент, когда $T_x = T_n$. В этот момент поток тепла между холодильником и нагревателем обращается в нуль, так что вся выделяемая мощность \mathcal{U} идет на нагрев холодильника и прилегающих к нему слоев образца, точно так же, как в процессе измерения α . Строгий расчет (см. Приложение) показывает, что поправка к C_x на нагрев образца в этих двух случаях одинакова, и поэтому формулу (8) можно применять без всяких изменений. При использовании описанного метода исправления ошибки на нестационарность важно обеспечить при измерении C_x такой же характер распределения температур в образце, как и при измерении T_x . Для этого скорость изменения T_x в обоих опытах должна быть сравнима по величине. Кроме того, в обоих случаях должно пройти достаточное время от момента установления температуры нагревателя и включения тока в спирали до начала фактических измерений (см. п. 5).

5. Переходный процесс. Однородный или почти однородный градиент температуры, позволяющий применять формулы (6) и (7), не может установиться мгновенно. Пусть, например, перед началом опыта вся система имела температуру T_x , а затем температура нагревателя внезапно поднялась до T_n . Очевидно, что сразу после этого скачкообразного нагрева, пока не прогреется весь образец, градиент температуры вблизи приемника будет равен нулю и приемник не будет получать тепла. Таким образом, экспоненциальный закон (5) будет выполняться только по истечении некоторого времени τ с начала опыта. Начальный участок кривой зависимости $\ln(T_n - T_x)$ от t не будет прямолинейным, и пользоваться им для определения α нельзя.

Порядок величины времени τ установления стационарного режима можно оценить следующим образом. Для нагрева образца до средней температуры $T_n + (T_n - T_x)/2$ требуется теплота $C_0 S d (T_n - T_x)/2$. Это тепло должно быть передано за счет теплопроводности через слой толщиной порядка $d/2$, то есть при градиенте температуры $2(T_n - T_x)/d$, для чего требуется время

$$\tau \approx \frac{C_0 S d \cdot \frac{T_n - T_x}{2}}{\alpha S \frac{2(T_n - T_x)}{d}} = \frac{1}{4} \frac{C_0 d^2}{\alpha} \quad (9)$$

Численный коэффициент 1/4 конечно имеет только оценочный характер, тем более, что мы четко не определим, что значат слова "стационарный режим установился". Если провести оценки в более определенной количественной форме (см. Приложение), то этот коэффициент заменится на $1/\pi^2$.

Для того, чтобы измерения были возможны, τ должно быть гораздо меньше общего времени эксперимента Θ , то есть времени, за которое температура приемника успевает измениться на заметную долю первоначальной

разности $T_n - T_x$; в противном случае кривая $\ln(T_n - T_x) = f(t)$ не будет иметь практически наблюдаемого прямолинейного участка. Согласно уравнению (3),

$$\Theta \approx \frac{d C_x}{\alpha S}. \quad (10)$$

То же самое время τ определяет и время восстановления стационарного режима после любого изменения температуры приемника. Если $\Theta \gg \tau$, то распределение температур в каждый момент будет почти таким же, как при стационарном режиме с тем же значением $T_n - T_x$, что позволяет применять, по крайней мере приближенно, изложенную выше теорию. Условие $\Theta \gg \tau$ означает, что

$$\frac{1}{\pi^2} C_0 S d \ll C_x \quad (11)$$

то есть теплоемкость образца должна быть достаточно мала по сравнению с C_x (ср. выше, п.4). Поскольку различные твердые и жидкие тела имеют сравнимые удельные (на единицу объема) теплоемкости, условие (11) сводится к тому, что образец должен быть существенно тоньше, чем холодильник. В нашей установке толщина холодильника около 3см, так что образцы, как правило, не должны быть толще 5мм.

6. Потери тепла в окружающую среду. Поток тепла $q_{\text{потерь}}$ через термоизоляцию приемника пропорционален разности между T_x и температурой окружающей среды. Коэффициент пропорциональности можно определить, установив одинаковые температуры нагревателя и приемника (чтобы устранить теплообмен между ними) и измеряя скорость охлаждения последнего. Далее следует вычислить $q_{\text{потерь}}$ для интересующих нас значений T_x и вычесть из экспериментального значения dT_x/dt величину $q_{\text{потерь}}/x$; исправленные таким образом величины dT_x/dt используются в формулах (6)-(8).

Если подобрать скорости нагрева приемника при измерении α и C_x так, чтобы они приблизительно совпадали, и проводить оба измерения при одной и той же температуре, то можно обойтись без фактического вычисления $q_{\text{потерь}}$, чтобы знать величину возможной ошибки.

Практические указания к работе.

Устройство термостата и работа с ним.

Термостат ТС-16М представляет собой бак с двойными стенками, наполняемый жидкостью - водой (для температур $0 - 100^\circ\text{C}$) или маслом. Температура жидкости регулируется двумя электронагревателями - основным, мощностью 1300вт, и дополнительным (мощностью 700вт), и охлаждающим змеевиком, через который пропускается водопроводная вода. Мешалка, которую вращает трёхфазный электромотор, обеспечивает равномерность температуры жидкости. Термостатируемый объект может погружаться в жидкость внутри бака через отверстие в крышке; кроме того термостат имеет центробежный насос (на одной оси с мешалкой), который позволяет прокачивать термостатирующую жидкость через системы, расположенные вне бака.

Термостат управляется контактным ртутным термометром ТПК. Капилляр этого термометра в верхней части соединяется с более широкой трубкой эллиптического сечения, в которой помещается винт и эллиптическая гайка, поступательно перемещающаяся при вращении винта. Винт имеет на верхнем конце железное ярмо, которое можно вращать подковообразным магнитом, надеваемым сверху на головку термометра. На гайке закреплена одним концом тонкая вольфрамова проволочка, другой конец которой входит в капилляр. Вращением винта этот конец можно устанавливать на любой высоте в пределах шкалы термометра (для более удобной установки термометр в верхней части имеет вторую шкалу, по которой отсчитывается положение гайки). Через гайку и винт проволочка электрически соединена с электродом, впаянным в верхний конец трубки; второй электрод, впаянный в баллон термометра, погружен в ртуть. При повышении температуры, когда конец столбика ртути в капилляре касается острия проволочки, замыкается цепь обмотки реле, которое выключает нагреватель¹.

Термостат включают в следующем порядке:

1. Проверьте наличие воды в баке; при необходимости долейте дистиллированную воду до уровня метки.
2. Проверьте шланги, соединяющие охлаждающий змеевик с водопроводным краном и сливной раковиной. Откройте кран и отрегулируйте струю воды, выходящую из отводящего шланга.
3. Проверьте шланги, соединяющие насос термостата с нагревательным бачком прибора. Включите двигатель насоса и мешалки. Убедитесь в том, что вода течет через прибор и возвращается в термостат.
3. Установите контакт термометра на желаемую температуру (приблизительно; погрешность градуировки контактного термометра может достигать $1 - 2^\circ$, так что окончательно температуру отсчитывают и, если нужно, подправляют с помощью более точного термометра, помещаемого в термостатируемый прибор).

¹В действительности контактным термометром можно разрывать только очень слабый ток, недостаточный для срабатывания мощного реле; поэтому в управляющей схеме используется дополнительное чувствительное реле и полупроводниковый усилитель. Подробную схему см. в заводской инструкции к термостату (имеется в лаборатории и в библиотеке). В лаборатории выдается: стр.12-14 настоящего описания и заводские инструкции к термостату и контактному термометру.

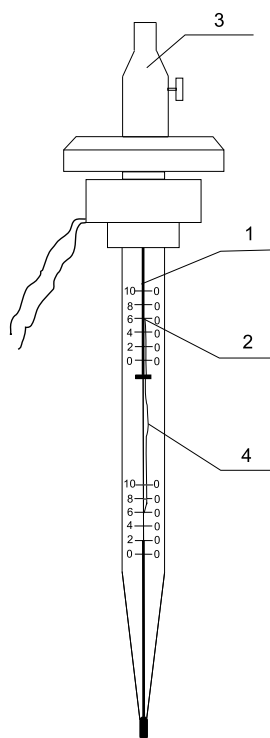


Рис. 2:

5. Магнитная головка термометра должна вращаться свободно, без усилия; если чувствуете сопротивление, не пытайтесь преодолеть его силой, а отпустите фиксирующий винт.

Включите основной нагревательный элемент термостата. Второй элемент (700вт) включается только при необходимости ускорить нагрев; его следует включать до достижения заданной температуры, чтобы не перегружать контакты реле.

Порядок работы.

1. Подготовьте установку к работе:

а) соберите схему питания нагревательной спирали холодильника. Спираль должна питаться постоянным током (напряжением 20-30в) через реостат сопротивлением $\sim 500\Omega$.

б) ознакомьтесь со схемой моста Уистона на крышке ящика; подключите к нему термистор и гальванометр повышенной чувствительности (по указанию преподавателя).

в) подготовьте к работе и включите термостат.

2. Отградуируйте термистор в интервале $+20 \div +40^\circ\text{C}$. Постройте графики $R = f(T)$ для быстрой ориентировки и $\lg R = f(T)$ для точного отсчета температуры.

3. Определите теплоемкость C_x приемника и затем охладите его до первоначальной температуры (для того, чтобы охлаждение шло быстрее, пенопластовую изоляцию можно снять).

4. Измерьте теплопроводность исследуемого вещества для нескольких толщин теплопроводного слоя.

Замечание. В процессе работы не забывайте все время следить, чтобы вода из термостата прокачивалась через бачок. Если в бачке образовалась воздушная пробка и циркуляция воды прекратилась, нужно осторожно снять бачок (предварительно вынув из него термометр), а мешалку термостата выключить. Затем снять с бачка шланг, по которому вода идет из термостата, и продуть бачок так, чтобы вода из него по другому шлангу вылилась в термостат. Снова надеть шланг, закрепить его и включить мешалку.