

Стандартные задачи

1. Лодка движется относительно воды со скоростью в два раза меньшей скорости течения реки. Под каким углом к направлению течения лодка должна держать курс, чтобы ее сносило течением как можно меньше?
2. Два тела бросили одновременно из одной точки: одно — вертикально вверх, другое — под углом 60° к горизонту. Начальная скорость каждого тела 25 м/с. Найти расстояние между телами через 1.7 с.
3. Тело бросили с поверхности земли под углом α к горизонту с начальной скоростью v_0 . Найти:
 - время движения;
 - уравнение траектории $y(x)$, где x и y — перемещения по горизонтали и вертикали соответственно;
 - максимальную высоту подъема и горизонтальную дальность полета;
 - при каком α они равны друг другу?
- 4*. Шарик падает с нулевой начальной скоростью на гладкую наклонную плоскость, составляющую угол α с горизонтом. Пролетев расстояние h , он упруго отразился от плоскости. На каком расстоянии от места падения шарик отразится второй раз?
5. Магнитная лента в катушечном магнитофоне протягивается с постоянной скоростью v . Толщина ленты равна h . В начальный момент времени радиус внешнего слоя магнитной ленты равен r . Найти угловую скорость катушки как функцию времени t .
- 6*. Точка A находится на ободу колеса радиуса $R = 0.5$ м, которое катится без скольжения по горизонтальной поверхности со скоростью $v = 1$ м/с. Найти:
 - величину и направление ускорения точки A в произвольный момент времени;
 - полный путь, проходимый точкой A между двумя последовательными моментами ее касания поверхности;
 - уравнение траектории точки A (циклоида), если в начальный момент точка A находилась в самом нижнем положении. Начало координат поместить в начальное положение точки A .

7. Шайбу поместили на наклонную плоскость, составляющую угол 10° с горизонтом. Если шайбе сообщить некоторую начальную скорость вверх по плоскости, то она до остановки проходит путь S_1 ; если же сообщить ту же начальную скорость вниз, то путь до остановки равен S_2 . Найти коэффициент трения, если $S_2/S_1 = 4$.
- 8*. Шайбу положили на наклонную плоскость и сообщили направленную вверх начальную скорость v_0 . Коэффициент трения между шайбой и плоскостью равен k . При каком значении угла наклона α шайба пройдет вверх по плоскости наименьшее расстояние? Чему оно равно?
9. Брусok массы m тянут за нить так, что он движется с постоянной скоростью по горизонтальной плоскости с коэффициентом трения k , причем нить составляет угол α с плоскостью (рис. 1). Найти угол α , при котором натяжение нити минимально. Чему оно равно?

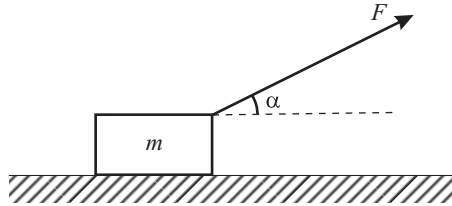


Рис. 1.

10. Через блок, прикрепленный к потолку кабины лифта, перекинута нить, к концам которой привязаны грузы с массами m_1 и m_2 . Кабина начинает подниматься вверх с ускорением a . Пренебрегая массой блока, найти:
- ускорение груза m_1 относительно кабины;
 - силу, с которой блок действует на потолок кабины.
- 11*. Пуля, пробив доску толщины h , изменила свою скорость от v_0 до v . Найти время движения пули в доске, считая силу сопротивления пропорциональной квадрату скорости.
- 12*. На горизонтальной поверхности находится призма 1 массы m_1 с углом α и на ней брусок 2 массы m_2 (рис. 2). Пренебрегая трением, найти ускорение призмы.

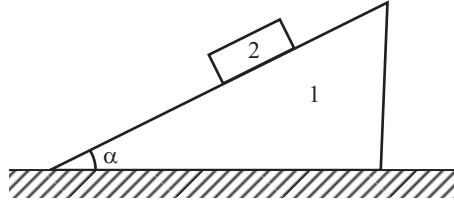


Рис. 2.

13. Небольшое тело начинает скользить с вершины гладкой сферы радиуса R . Найти угол между вертикалью и радиус-вектором, характеризующим положение тела относительно центра сферы в момент отрыва от нее, а также скорость тела в этот момент.
14. На экваторе с высоты 500 м на поверхность Земли падает тело (без начальной скорости относительно Земли). На какое расстояние и в какую сторону отклонится от вертикали тело при падении?
- 15*. Небольшой шарик массы m , подвешенный на нити, отвели в сторону так, что нить образовала прямой угол с вертикалью, а затем отпустили. Найти:
 - величину ускорения шарика и силу натяжения нити как функции угла отклонения нити от вертикали;
 - силу натяжения нити в момент, когда вертикальная составляющая скорости шарика максимальна;
 - угол отклонения нити в момент, когда полное ускорение шарика горизонтально.
16. Плот массы M с человеком массы m покоится на поверхности пруда. Относительно плота человек совершает перемещение l_0 и останавливается. Пренебрегая сопротивлением воды, найти перемещение l плота относительно берега.
17. Ракета движется в отсутствие внешних сил, выпуская непрерывную струю газа со скоростью u , постоянной относительно ракеты. Найти скорость ракеты v в момент, когда ее масса равна m , если в начальный момент она имела массу m_0 и ее скорость была равна нулю.
18. Ракета начала подниматься вертикально вверх в однородном поле тяжести. Начальная масса ракеты (с топливом) равна m_0 . Скорость

газовой струи относительно ракеты равна u . Найти скорость ракеты в зависимости от ее массы m и времени подъема t .

- 19*. Космический корабль массы m_0 движется в отсутствие внешних сил со скоростью v_0 . Для изменения направления движения включили реактивный двигатель, который стал выбрасывать струю газа с постоянной относительно корабля скоростью u , все время перпендикулярной направлению движения корабля. В конце работы двигателя масса корабля стала равной m . На какой угол α изменилось направление движения корабля за время работы двигателя?
20. Небольшое тело A начинает скользить без трения с высоты h по наклонному желобу, переходящему в полуокружность радиуса $h/2$ (рис. 3). Найти скорость тела в наивысшей точке его траектории (после отрыва от желоба).

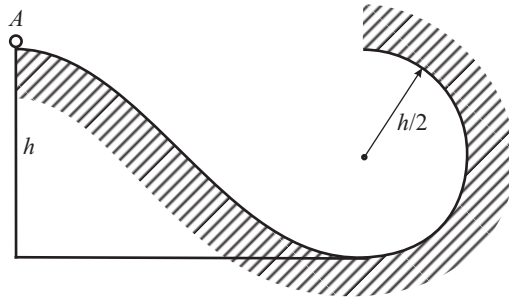


Рис. 3.

- 21*. Небольшой шарик массы $m = 50$ г подвешен на упругой нити, жесткость которой $\kappa = 63$ Н/м. Нить с шариком отвели в горизонтальное положение, не деформируя нити, и осторожно отпустили. Когда нить проходила вертикальное положение, ее длина оказалась $l = 1.5$ м и скорость шарика $v = 3$ м/с. Найти силу натяжения нити в этом положении.
22. На гладкой горизонтальной плоскости лежат два одинаковых бруска, соединенные недеформированной пружинкой жесткости κ и длины l_0 . На один из брусков начали действовать постоянной горизонтальной силой F (рис. 4). Найти максимальное и минимальное расстояния между брусками в процессе движения.

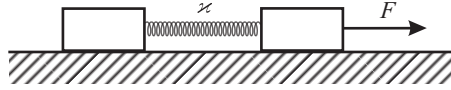


Рис. 4.

23. Частица массы m_1 испытала упругое столкновение с покоившейся частицей массы m_2 . Какую относительную часть кинетической энергии потеряла налетающая частица, если:
- она отскочила под прямым углом к своему первоначальному направлению движения;
 - столкновение лобовое?
24. Частица массы m испытала столкновение с покоившейся частицей массы M , в результате которого частица m отклонилась на угол 90° , а частица M отскочила под углом 30° к первоначальному направлению движения частицы m . На сколько процентов и как изменилась кинетическая энергия этой системы после столкновения, если $M/m = 5$?
25. Частица массы m_1 испытала упругое столкновение с покоившейся частицей массы m_2 , причем $m_1 > m_2$. Найти максимальный угол, на который может отклониться налетающая частица в результате соударения.
- 26*. Частица движется по замкнутой траектории в центральном силовом поле, потенциальная энергия которого пропорциональна квадрату расстояния до центра поля. Наименьшее расстояние от тела до центра поля равно r_0 , а наибольшее — в η раз больше. Найти радиус кривизны траектории тела в точке, соответствующей r_0 .
27. Двойная звезда — это система из двух звезд, движущихся вокруг общего центра масс. Известны расстояние l между компонентами двойной звезды и период T ее вращения. Считая l постоянным, найти массу системы.
28. Имеется однородный шар массы M и радиуса R . Найти напряженность и потенциал гравитационного поля этого шара как функции расстояния r от его центра (при $r < R$ и $r > R$).

29. Однородный шар имеет массу M и радиус R . Найти давление p внутри шара, обусловленное гравитационным сжатием, как функцию расстояния r от его центра. Оценить давление в центре Земли, считая Землю однородным шаром.
- 30*. Внутри однородного шара плотности ρ имеется сферическая полость, центр которой находится на расстоянии l от центра шара. Найти напряженность гравитационного поля внутри полости.
31. Однородный диск радиуса R имеет круглый вырез (рис. 5). Масса оставшейся (заштрихованной) части диска равна m . Найти момент инерции такого диска с вырезом относительно оси, перпендикулярной плоскости диска и проходящей:
- через точку O ;
 - через его центр масс.

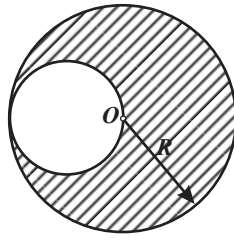


Рис. 5.

32. Однородный шар массы $m = 5$ кг скатывается без скольжения по наклонной плоскости, составляющей угол $\alpha = 30^\circ$ с горизонтом. Найти кинетическую энергию шара через $t = 1.6$ с после начала движения.
33. Однородный шар радиуса r скатывается без скольжения с вершины сферы радиуса R без начальной скорости. Найти угловую скорость шара после отрыва от сферы.
34. Однородный стержень длины $l = 110$ см расположен под углом $\alpha = 60^\circ$ к гладкой горизонтальной поверхности, на которую он опирается своим нижним концом. Стержень без толчка отпустили. Найти скорость верхнего конца стержня непосредственно перед падением его на поверхность.

- 35*. Сплошному однородному цилиндру массы m и радиуса R сообщили вращение вокруг его оси с угловой скоростью ω , затем его положили боковой поверхностью на горизонтальную плоскость и отпустили. Коэффициент трения равен k . Найти время, в течение которого движение цилиндра будет происходить со скольжением.
- 36*. Корабль движется со скоростью $v = 36$ км/ч по дуге окружности радиуса $R = 200$ м. Найти момент гироскопических сил, действующих на подшипники со стороны вала с маховиком, которые имеют момент инерции относительно оси вращения $I = 3.8 \cdot 10^3$ кг \cdot м² и делают $n = 300$ об/мин. Ось вращения расположена вдоль корабля.
37. Найти уравнение траектории $y(x)$ точки, если она движется по закону:

- $x = a \sin \omega t, x = a \sin 2\omega t;$
- $x = a \sin \omega t, x = a \cos 2\omega t.$

Изобразить графики этих траекторий.

38. Частица массы m находится в одномерном силовом поле, потенциальная энергия которого имеет вид $U(x) = a/x^2 - b/x$, где a и b — положительные постоянные. Найти период малых колебаний частицы около положения равновесия.
39. Два математических маятника, каждый длины $l = 50$ см и массы $m = 45$ г, соединены пружиной жесткостью $\kappa = 0.66$ Н/м (рис. 6). При равновесии маятники занимают вертикальное положение. Найти период малых колебаний этих маятников, если их колебания происходят в плоскости рисунка в противоположные стороны (в противофазе).
- 40*. Найти период малых поперечных колебаний шарика массы $m = 40$ г, укрепленного на середине натянутой струны длины $l = 1$ м. Силу натяжения струны считать постоянной и равной $F = 10$ Н. Массой струны и силой тяжести пренебречь.
41. Математический маятник совершает колебания в среде, для которой логарифмический декремент затухания $\lambda_0 = 1.5$. Каким будет значение λ , если сопротивление среды увеличить в $n = 2$ раза? Во сколько раз следует увеличить сопротивление среды, чтобы колебания стали невозможны?

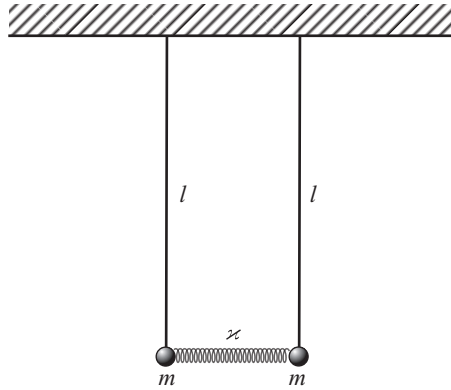


Рис. 6.

42. Однородный диск радиуса $R = 13$ см может вращаться вокруг горизонтальной оси, перпендикулярной к его плоскости и проходящей через край диска. Найти период малых колебаний этого диска, если логарифмический декремент затухания $\lambda = 1$.
43. Найти добротность осциллятора, у которого отношение резонансной частоты к частоте затухающих колебаний равно 0.97.
44. Найти разность фаз φ между смещением и вынуждающей силой при резонансе, если собственная частота $\omega_0 = 50 \text{ с}^{-1}$ и коэффициент затухания $\beta = 5.2 \text{ с}^{-1}$.
45. Тело массы m , подвешенное на пружинке, совершает вынужденные колебания с амплитудой a и частотой ω . Собственная частота равна ω_0 . Найти среднюю за период механическую энергию колебаний данного осциллятора.
- 46*. Шарик массы $m = 50$ г подвешен на пружинке жесткости $\kappa = 20$ Н/м. Под действием вынуждающей вертикальной гармонической силы с частотой $\omega = 25 \text{ с}^{-1}$ шарик совершает установившиеся колебания. При этом смещение шарика отстает по фазе от вынуждающей силы на $\varphi = 3\pi/4$. Найти добротность осциллятора.
- 47*. Шарик массы m , подвешенный на невесомой пружинке, может совершать вертикальные колебания с коэффициентом затухания β . Собственная частота колебаний равна ω_0 . Под действием внешней вертикальной силы, меняющейся по закону $F = F_0 \cos \omega t$, шарик совершает установившиеся гармонические колебания. Найти:

- среднюю за период колебания мощность $\langle P \rangle$ силы F ;
 - частоту ω вынуждающей силы, при которой $\langle P \rangle$ максимальна; чему равна $\langle P \rangle_{max}$?
48. Имеется прямоугольный треугольник, у которого катет $a = 5$ м и угол между этим катетом и гипотенузой $\alpha = 30^\circ$. Найти в системе отсчета, движущейся относительно этого треугольника со скоростью $v = 0.866c$ вдоль катета a :
- соответствующее значение угла α' ;
 - длину гипотенузы l' и ее отношение к собственной длине.
49. Собственное время жизни некоторой нестабильной частицы равно 10 нс. Какой путь пролетит эта частица до распада в лабораторной системе отсчета, где ее время жизни 20 нс?
50. Две частицы движутся навстречу друг другу со скоростями $v_1 = 0.5c$ и $v_2 = 0.75c$ по отношению к лабораторной системе отсчета. Найти:
- скорость, с которой уменьшается расстояние между частицами в лабораторной системе отсчета;
 - их относительную скорость.
51. Две релятивистские частицы движутся под прямым углом друг к другу в лабораторной системе отсчета, причем одна со скоростью v_1 , а другая со скоростью v_2 . Найти их относительную скорость.
- 52*. Частица движется в K -системе со скоростью v под углом ϑ к оси x . Найти соответствующий угол в K' -системе, перемещающейся со скоростью V относительно K -системы в положительном направлении ее оси x , если оси x и x' обеих систем совпадают.
53. Частица массы m в начальный момент времени начинает двигаться под действием постоянной силы F . Найти скорость частицы и пройденный ею путь в зависимости от времени t .
54. Энергия фотона в K -системе отсчета равна ε . Найти энергию ε' этого фотона в K' -системе, перемещающейся со скоростью V относительно K -системы в направлении движения фотона. При каком значении V энергия $\varepsilon' = \varepsilon/2$?

55. Релятивистская частица массы m , движущаяся со скоростью $v_0 = 4c/5$, испытывает неупругое столкновение с покоящейся частицей такой же массы.
- Чему равна скорость v образовавшейся составной частицы?
 - Чему равна масса составной частицы?
56. Релятивистская частица массы m с кинетической энергией K налетает на покоящуюся частицу той же массы. Найти массу и скорость составной частицы, образовавшейся в результате соударения.
- 57*. Релятивистская ракета выбрасывает струю газа с нерелятивистской скоростью u , постоянной относительно ракеты. Найти зависимость скорости v ракеты от ее массы m , если в начальный момент времени масса ракеты равна m_0 .
58. Покоящейся π -мезон ($m_\pi = 273 m_e$) распадается на μ -мезон ($m_\mu = 207 m_e$) и нейтрино ($m_\nu = 0$). Выразите в $Mэв$ (в системе единиц, в которой $c = 1$) кинетическую энергию и импульс μ -мезона и нейтрино.
59. Масса протона составляет $m_p = 938 Mэв$ (в системе единиц, в которой $c = 1$) и он имеет энергию $10^{10} Гэв$. Этот протон проходит расстояние 10^5 световых лет. Сколько времени потребуется протону на это путешествие «с его точки зрения»?
- 60*. Ускоритель «беватрон» в Беркли проектировался таким образом, чтобы он мог разгонять протоны до энергии, достаточной для образования пар протон–антипротон в реакции $p + p \rightarrow p + p + (p + \bar{p})$. Так называемая пороговая энергия этой реакции соответствует случаю, когда четыре частицы, перечисленные в правой части формулы реакции, движутся вместе как одна составная частица массы $M = 4m_p$. Если протоны мишени до соударения покоятся, чему равна пороговая кинетическая энергия бомбардирующих протонов?